

Математическая модель оптимального распределения сил подразделения беспилотной авиации по поставленным групповым целям

А.И. Тищенко, email: aleksei.tishenko@yandex.ru

ВУНЦ ВВС «ВВА» (г. Воронеж)

Аннотация. В данной работе рассматриваются математическая модель оптимального распределения сил подразделения ударной беспилотной авиации по поставленным групповым целям.

Ключевые слова: математическая модель, оптимизация, ударные беспилотные летательные аппараты, групповые цели.

Введение

Командиры подразделений беспилотных летательных аппаратов (БпЛА) в процессе своей деятельности сталкиваются с решением задач, связанных с распределением сил и средств беспилотных летательных аппаратов по поставленным целям. Для принятия обоснованного решения, целесообразно командирам подразделений беспилотной авиации иметь в своем распоряжении пакет программного обеспечения с набором программ поддержки принятия решения адаптированных под конкретные задачи. Программы реализуются на основе соответствующих математических моделей.

Целью статьи является рассмотреть возможность использования метода оптимизации аддитивной целевой функции для решения задач оптимального распределения сил и средств подразделения ударной беспилотной авиации по поставленным групповым целям.

1. Постановка задачи

Для достижения поставленной цели рассмотрим гипотетическую задачу. Пусть в подразделении ударных беспилотных летательных аппаратов (УБпЛА) имеется n летательных аппаратов. Подразделение оказывает огневую поддержку подразделения сухопутных войск. Командиру подразделения УБпЛА поставлена задача нанести максимальный ущерб S подразделениям противоборствующей стороны, представляющих собой S однородных групповых цели. Априори командиру подразделения УБпЛА известны:

боевые возможности подразделения УБпЛ по уничтожению групповых целей:

количество летательных аппаратов n ;

количество авиационных средств поражения, установленных на УБпЛА n_1 ;

вероятность поражения единичной цели каждой группы одним средством поражения, установленным на УБпЛА p_{1i} ;

вероятность преодоления средств противовоздушной обороны групп целей единичным УБпЛА p_2 ;

боевые возможности групповых целей:

количество однотипных единиц целей в каждой группе n_{2i} ;

количество средств поражения УБпЛА, установленных на каждой единице техники или имеющихся штатных средств подразделения n_{3i} ;

вероятность поражения одним средством поражения каждой группы одного УБпЛА p_3 .

Требуется определить оптимальное распределение УБпЛА подразделения по групповым целям, обеспечивающее максимальное поражение сил противоборствующей стороны.

Поставленную задачу, исходя из условий, следует отнести к классу задач оптимального распределения сил и средств. Решим ее путем оптимизации аддитивной функции на основе метода условного экстремума. В качестве меры эффективности используем математическое ожидание поражаемой силы противоборствующей стороны, выраженной в единицах боевого потенциала [1,2].

2. Математическая модель

Дано S объектов противоборствующей стороны, имеющих приоритеты важности V_i ($i=1 \dots S$), выраженных в единицах боевого потенциала, по которым необходимо нанести удар n однотипными УБпЛА. Заданы значения $n_1, p_{1i}, p_2, n_{2i}, n_{3i}, p_3$. Требуется определить оптимальный вектор распределения УБпЛА по групповым целям противника X обеспечивающий максимум аддитивной целевой функции ущерба

$$F = \sum_{i=1}^S V_i \left(1 - (1 - P_i)^{P_{2i} x_i} \right), \quad (1)$$

где F – функция ущерба, x_i – распределение УБпЛА по i – ой групповой цели, P_i – вероятность поражения, наносимая одним УБпЛА каждой i - ой группировки цели, определяемой выражением вида:

$$P_i = 1 - \left(1 - \frac{p_{1i}}{n_{2i}} \right)^{n_1}, \quad (2)$$

для следующих ограничениях на искомые переменные и параметры:

$$x_i > 0, \quad \sum_{i=1}^S x_i = n, \quad V_i > 0, \quad 0 < 1 - P_i < 1, \quad 0 < p_{2i} < 1. \quad (3)$$

Для решения задачи методом условного экстремума запишем функцию Лагранжа в следующем виде:

$$F^* = \sum_{i=1}^S V_i \left(1 - (1 - P_i)^{p_{2i} x_i} \right) + \lambda \left(n - \sum_{i=1}^S x_i \right), \quad (4)$$

где λ – множитель Лагранжа.

Общий результат решения (4) определим на основе частного решения применительно к поставленной задаче S=3. В итоге получим:

$$F^* = V_1 \left(1 - (1 - P_1)^{p_{21} x_1} \right) + V_2 \left(1 - (1 - P_2)^{p_{22} x_2} \right) + V_3 \left(1 - (1 - P_3)^{p_{23} x_3} \right), \quad (5)$$

приоритет важности V_i рассчитывается с использованием выражения (6)

$$V_i = n_{2i} n_{3i} P_{3i}. \quad (6)$$

Решая (5) относительно x_i получим выражение вида:

$$x_i = \frac{1}{\left(1 + \frac{p_{21} |\ln(1 - P_1)|}{p_{22} |\ln(1 - P_2)|} + \frac{p_{21} |\ln(1 - P_1)|}{p_{23} |\ln(1 - P_3)|} \right)} \times \left(n + \frac{1}{p_{22} |\ln(1 - P_2)|} \ln \frac{n_{32} p_{32}}{n_{31} p_{31}} + \frac{1}{p_{22} |\ln(1 - P_2)|} \ln \frac{n_{32} p_{32}}{n_{31} p_{31}} \right). \quad (7)$$

На основе (7) получим обобщенное выражение вида (8)

$$x_j = \frac{1}{\sum_{i=1}^S \frac{p_{2j} |\ln(1 - P_j)|}{p_{2i} |\ln(1 - P_i)|}} \times \left(n + \sum_{i \neq j}^S \frac{1}{p_{2i} |\ln(1 - P_i)|} \ln \frac{n_{3i} p_{3i}}{n_{3j} p_{3j}} \right), \quad j = 1 \dots S. \quad (8)$$

Величина ущерба, наносимого объектам удара в элементарных единицах целей определяется выражением (9)

$$m_i = \frac{V_i \left(1 - (1 - p_{1i})^{p_{2i} x_i} \right)}{n_{3i} p_{3i}}. \quad (9)$$

3. Апробация математической модели

Рассмотрим корректность использования предложенной математической модели применительно к поставленной выше задаче и априорным условиям, представленных в таблице ниже.

Таблица

Боевые потенциалы

Боевой потенциал подразделения УБпЛА				
Количество УБпЛА, n	Тип групповых целей	Количество АСП на УБпЛА, n_1	Вероятность поражения цели 1 средством поражения УБпЛА, p_{1i}	Вероятность преодоления ПВО группы УБпЛА, p_{2i}
24	А	4	0,30	0,70
	В	4	0,40	0,75
	С	4	0,50	0,80
Боевой потенциал групповых целей				
Тип групповых целей	Количество однотипных единиц целей в каждой группе, n_{2i}	Количество средств поражения УБпЛА, установленных на каждой единице техники (штатных средств) групповой цели n_{3i}	Вероятность поражения цели 1 средством поражения УБпЛА, p_{1i}	Вероятность преодоления ПВО группы УБпЛА, p_{2i}
А	10	4	0,30	0,70
В	12	4	0,40	0,75
С	10	4	0,50	0,80

В результате расчета, с использованием выражений (2), (7), оптимальным вектором распределением УБпЛА по объектам групповых целей является вектор $X = (8,31; 8,19; 7,49) \approx (8; 8; 8)$. Сумма элементов вектора равна 24, это указывает на корректность решения поставленной задачи.

Применительно к полученному вектору распределению УБЛА величина функции ущерба F , рассчитанная с использованием выражения (5), максимальна, равна $14,01 \approx 14$, что составляет 56% суммарного боевого потенциала трех группировок противоборствующей стороны.

Математическое ожидание потерь в элементарных единицах целей составят: группа А – 5 единиц; группа В – 7 единиц; группа С – 7 единиц.

Отклонение от расчетного вектора распределения X приводит к уменьшению величины функции ущерба.

Заключение

Математическая модель на основе метода оптимизации аддитивной функции может быть использована для решения задач оптимального распределения сил подразделения УБЛА по групповым целям противоборствующей стороны.

Математическая модель может быть реализована в пакете прикладных программ поддержки принятия решения, предназначенных для командиров подразделений БЛА.

Список литературы

1. Иванов, П.И. Основы и применение методов прикладной математики в военном деле : учебник / П.И. Иванов и др. – Монино : Военно-воздушная академия, 1991. – 512 с.
2. Кирилов, В.И. Теория боевой эффективности и исследование операций : учебник / В.И. Кирилов, Грошев В.Н. – Монино : Военно-воздушная академия, 1962. – 276 с.